

数学科学学院 2015 级概率论期中考试

命题人：江一鸣（回忆：张万鹏）

- 一、(1) 在 6 个红球、4 个白球中不放回地抽出 3 球，求颜色顺序为“红白红”的概率；
(2) n 个人站成一排，求在甲乙两人中间站有 k 人的概率；
(3) 写出分布 $N(-1, 4)$ 的概率密度函数 $f(x)$ ，并证明 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

二、已知袋中有 a 只白球 b 只黑球，随机取出一只，并加入同色球 s 只. 记 R_n 表示第 n 次摸球摸出白球，证明：
$$P(R_n) = \frac{a}{a+b}.$$

三、将 n 个人的身份证收齐并随机发给所有人，求恰好三人拿到自己身份证的概率.

四、证明离散型分布中具有无记忆性，即满足 $P(\xi = m + k | \xi > m) = P(\xi = k)$ 的充要条件为它服从几何分布.

五、若每条蚕的产卵数服从泊松分布，参数为 λ ，而每个卵变为成虫的概率为 p ，且各卵是否变为成虫彼此独立，求每蚕养活 η 只小蚕的概率分布.

- 六、(1) 叙述可列可加性及下连续性；
(2) 若 P 是 \mathcal{F} 上满足 $P(\Omega) = 1$ 的非负集合函数，证明它具有可列可加性的充要条件为：
(i) 它是有限可加的；(ii) 它是下连续的.