

2015-2016 学年第二学期概率论期末考试（颜瑞民整理）

命题人：江一鸣 考试时间：2016年6月14日

一、（14分）设 $X \sim U([0,1])$.

1. 求 EX, DX .

2. 若 Y 与 X 独立同分布, 求 $Z = X + Y$ 的密度函数.

二、（14分） $\xi \sim P(\lambda)$.

1. 求 ξ 的母函数 $P(s)$.

2. 若 η 与 ξ 独立同分布, 求 $\zeta = \xi + \eta$ 的分布.

三、（18分） $\alpha \sim N(0,1)$.

1. 求 $E\alpha^2$.

2. 求 α 的特征函数 $f(t)$.

四、（18分）

1. 叙述两个随机变量不相关和相互独立的定义.

2. 设 ξ 的密度函数 $f(x)$ 定义在实数上, $f(x) = f(-x) > 0$, 且 $E\xi^2 < \infty$. 证明 $|\xi|$ 与 ξ 不相关但不独立.

3. 若随机变量 ξ 与 ξ 相互独立. 证明 \exists 常数 $C \in \mathbb{R}$, s.t. $P\{\xi = C\} = 1$.

五、（18分）

1. 叙述大数定律的定义.

2. 证明 Chebyshev 不等式, 即 \forall 随机变量 ξ , $D\xi < \infty$, $\forall \varepsilon > 0$, 有 $P\{|\xi - E\xi| \geq \varepsilon\} \leq \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$.

3. 设 $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$ 是两两不相关的随机变量列, 且 \exists 正常数 $C > 0$, s.t. $D\xi_i \leq C, i = 1, 2, \dots$. 证明 $\{\xi_i\}$ 服从大数定律.

参考文献:

[1] 李贤平. 基础概率论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.

(WeChat: yrm314)