

2014 试点伯苓班常微分方程

1. 求 $y' = Ay$ 的通解, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 求微分方程的通解

$$y''' - y'' + y' - y = e^{3x} + 4x$$

3. 求解特征值问题: $y'' + (\lambda + 1)y = 0$

其边值条件为 $y'(0) = 0, y'(\pi) + y(\pi) = 0$

4. 判断零点的稳定性: $y'' + f(y')y' + \sin(y) = 0$, 其中 $f(x)$ 可微

5. $f(x)$ 是微分方程 $y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \cdots + a_1(x)y = 0$ 的非零解, $a_i(x)$ 是连续函数, 求证 $y(x)$ 的零点集合没有聚点

6. $y(x)$ 是微分方程: $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ 的在 $[a, b]$ 上的非常数解, $p(x), q(x)$ 是连续函数, 且 $q(x) \geq 0$, 证明:

(1) $y(x)$ 在区间 (a, b) 上不能取到非负最大值

(2) 若 $y(a) = y(b) = 0$, 则 $y(x)$ 是零解