

## 2025 秋动力系统导论 1 期末考试

回忆：鸢喙

一、(8 分) 什么是保向同胚圆周映射的旋转数？

二、(8 分) 什么是动力系统的游荡点？

三、(8 分) 什么是单边符号系统？

四、(8 分) 简述 Denjoy 对圆周映射的贡献。(老师提醒：一共两点，只答一点扣一半)

五、(8 分) (a) 什么是 Poincaré 域？

(b) Poincaré 域的主要性质？

六、(15 分) 设  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  是一个同胚,  $f(0) = 1, f(1) = 0$ ,  $f$  的非游荡点是否都是周期点？证明你的结论.

七、(15 分) 设  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  定义为  $f(x) = 6x(1 - x)$ ,  $f$  的周期点是否在非游荡集中稠密？证明你的结论.

八、(15 分) 设微分方程  $\dot{x} = Ax + v(x)$ ,  $v(x) = O(|x|^2)$ . 设  $A$  有两个特征值  $\lambda_1 = \gamma\alpha$ ,  $\lambda_2 = -\alpha$ , 其中  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $0 < \gamma < 1$ . 求  $A$  的共振关系及对应的共振单项式.

九、(15 分) 设  $A = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ ,  $\lambda_i \in \mathbb{C}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , 满足  $|\lambda_i - \lambda^m| \geq \frac{\gamma}{|m|^\tau}$ ,  $\forall m \in \mathbb{N}^n$ ,  $|m| \geq 2$ , 其中  $\gamma > 0$ ,  $\tau > n$  为常数.  $f(z) = O(|z|^2)$  为  $|z_i| < r$  上的解析函数. 证明:  $h(Az) - Ah(z) = f(z)$  有解析解, 并对解做出估计.