

2025-2026 学年第一学期《投资学》期末考试试卷 (A 卷)

任课教师：李静

考试时间：2026 年 1 月 13 日 18:30-20:10

一、(20 分) 三个风险证券 A, B, C , 其收益率的方差分别为 $5\%, 10\%, 20\%$, 期望收益率分别为 $10\%, 15\%, 20\%$, 且三个证券两两收益率的相关系数为 0。

(1) 现将证券 A, B, C 构造投资组合, 求投资组合中 MVP 的组合比例。

(2) 求由三证券组成的投资组合 p 中, 使投资组合的夏普比率 $S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$ 最大时的三证券比例。(其中无风险证券的收益率 $r_f = 4\%$)

笔者注：忘了 $5\%, 10\%, 20\%$ 是方差还是标准差。

二、(20 分) 面值为 1000 元、年票息率为 6%、到期按面值偿还的 n 年期债券, 现在购买可以得到的年收益率为 5%。如果该债券偿还期限加倍而其余所有条件都不变, 售价增加 50 元后, 现在购买仍可得到 5% 的年收益率, 求该 n 年期债券的价格。(用复利计算)

三、(20 分) 设市场组合为 M , 其中 $E(r_M) = 15\%$, $\sigma_M = 0.1$, 无风险证券的收益率 $r_f = 5\%$ 。公司 A 股票收益率与市场组合收益率的相关系数为 0.75, 公司 A 的股票收益率的标准差 $\sigma_A = 0.2$ 。

(1) 求公司 A 的股票的 β 系数;

(2) 根据 CAPM 计算公司 A 的股票的期望收益率;

(3) 该公司股利每年末发放一次, 且第一年末、第二年末的红利均为每股 1.2 元, 第三年末开始每年的红利以 10% 的速率来增长。以 (2) 中计算出的公司 A 的股票的期望收益率为基准收益率, 求 A 的股票的内在价值;

(4) (i) 公司 A 的债务为发行的债券, 按面值发行的总价值为 3000 万元, 票面利率 10%, 期限为 2 年。(ii) 公司 A 的权益部分为所发行的普通股, 权益价值为 2000 万元。(iii) 公司税率为 25%。

如果公司以发行的债券与发行的普通股所得全部融资额投资为期 2 年的项目 B , 且第一年和第二年末的净现金流均为 3500 万元, 试以 WACC 为要求的收益率计算项目 B 的净现值。

四、(20 分) 设证券 A 和市场组合为 M 的期初价格分别为 P_A, P_M , 期末价格用 Y_A, Y_M 表示。由于期末是未来时间, 所以 Y_A, Y_M 是两个随机变量, 其期望记为 \bar{Y}_A, \bar{Y}_M 。当不考虑红利时, 用单期收益率公式以及 CAPM 证明:

$$\bar{Y}_A = (1 + r_f)P_A + [\bar{Y}_M - (1 + r_f)P_M] \frac{\text{cov}(Y_A, Y_M)}{\sigma_{Y_M}^2},$$

其中 r_f 是无风险证券的收益率。

设 n 个风险证券的相关数据或相关符号等如下: 它们的收益率为 r_i , 期望收益率为 $E(r_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 收益率的协方差矩阵 $V = (\sigma_{ij})_{n \times n}$ 为正定矩阵。记 $e = (1, 1, \dots, 1)^T$, $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$, $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)^T$, $R_i = E(r_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, R_i 不全相同, $\theta = \{x|x^T e = 1\}$ 。

五、(20 分) 设市场组合为 M , 其期望收益率为 $E(r_M)$ 。

(1) (15 分) 求满足如下模型的投资组合 p 的比例 w :

$$B = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^T, B \text{ 与 } e \text{ 不相关}$$

$$\begin{aligned} \min \quad & \sigma^2 = w^T V w \\ \text{s.t.} \quad & w^T B = 0; w^T e = 1 \end{aligned}$$

(2) (5 分) 如果 B 中的 β_i 为证券 i 的 β 系数, 则对任一证券 i , 都有 $E(r_i) - E(r_p) = \beta_i ((E(r_M) - E(r_p)))$, 其中 $E(r_p) = w^T R$, w 为 (1) 中结果。