2021——2022 学年第 一 学期 数理科学与大数据理科实验班 高等代数与解析几何 第一次月考试卷

班级：　　学号：　　姓名：　　成绩：

草稿区

得 分

一 、（本题 15 分）问多项式$f(x) = x^4 + 4x^2 - 4x + 3$有无重因式？为什么？

得 分

二 、（本题 10 分）设α, β, γ是方程$x^3 + px^2 + qx + r = 0$的三个根，计算$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \gamma & \alpha & \beta \\ \beta & \gamma & \alpha \end{vmatrix}$。

得 分

三 、（本题 10 分）设$f(x), g_i(x)$和$h_i(x)$，$i = 1, 2$是数域P上的一元多项式，$f(x)|g_i(x) - h_i(x)$，$i = 1, 2$

证明：$f(x)|g_1(x)g_2(x) - h_1(x)h_2(x)$。

得 分

四 、（本题 15 分）将$x^6 + 1$在实数域中因式分解。

得 分

五 、（本题 15 分）计算 n 级行列式 $\begin{vmatrix} a_1b_1+1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2+1 & \cdots & a_2b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n+1 \end{vmatrix}$

得 分

六 、（本题 15 分）计算 n 级行列式 $\begin{vmatrix} a_1^{n-1} & a_1^{n-2}b_1 & \cdots & a_1b_1^{n-2} & b_1^{n-1} \\ a_2^{n-1} & a_2^{n-2}b_2 & \cdots & a_2b_2^{n-2} & b_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ a_n^{n-1} & a_n^{n-2}b_n & \cdots & a_nb_n^{n-2} & b_n^{n-1} \end{vmatrix}$，其中 $a_ib_i \neq 0, i = 1, \cdots, n.$

得 分

七、（本题 10 分）设$f_i(x)=a_{i1}g_1(x)+a_{i2}g_2(x)+\cdots+a_{in}g_n(x)$，$i=1,\cdots n$

$$h_i(x)=b_{i1}g_1(x)+b_{i2}g_2(x)+\cdots+b_{in}g_n(x)，\ i=1,\cdots n$$

这里$f_i(x),g_i(x),h_i(x),i=1,\cdots n$皆为数域 P 上的非零一元多项式，且$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}\neq 0$，

证明：$(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_n(x))|(h_1(x),h_2(x),\cdots,h_n(x))$

得 分

八、（本题 10 分）已知 n 级行列式为$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-1 \\ 1 & 2 & & \cdots & \\ 1 & & 3 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ 1 & & & \cdots & n \end{vmatrix}$，求代数余子式$A_{1j},j=1,\cdots,n$之和。