2014-2015 学年第一学期数学分析 3-3
期末考试试题和参考答案(颜瑞民整理)

命题人：丁龙云

一、（10 分）计算曲线积分 $\int_L x^2 y dx - xy^2 dy, L: x^2 + y^2 = a^2.$

二、（10 分）求微分式 $\omega = \sin(yz)dx + zx\cos(yz)dy + xy\cos(yz)dz$ 的原函数.

三、（10 分）利用余元公式计算积分 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}}.$

四、（10 分） $a > 0.$讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n |\ln x|^a$ 在 $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ 上的一致收敛性.

五、（15 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n-2}$ 的和函数并求收敛区间.

六、（10 分）级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{\sqrt[n]{2}(n+1)}$ 是条件收敛、绝对收敛还是发散的？

七、（15 分）分别求 $f_1(x) = x, f_2(x) = x^3$ 在 $[-\pi, \pi)$ 的傅里叶级数,并计算 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k+1)^3}.$

八、（10 分） $c > 0, b > a > 0.$ 计算 $\int_0^{+\infty} e^{-cx} \frac{\cos bx - \cos ax}{x} dx.$

九、（10 分） $f(x)$ 以 T 为周期.证明 $\int_T^{+\infty} \frac{f(x)}{x} dx$ 收敛当且仅当 $\int_0^T f(x)dx = 0.$

参考答案：

一、$x=a\cos t, y=a\sin t, t\in[0,2\pi]$. 代入算得 0.

二、$\int \omega = x\sin yz.$

三、$x^n = t.\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}} = \frac{\pi}{n\sin\frac{\pi}{n}}.$

四、

五、

六、条件收敛.

七、

八、

九、

（QQ:164422421，WebChat:yrm314）