

由于疫情原因，教学周减少一周，故本次考试范围为前四章，无解析延拓和共形映射部分

回忆人:ZZQ LCD

1. 计算 $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^4+1}$, 其中 $\Gamma: x^2 + y^2 = 2x$.
2. 试确定 $f(z) = \frac{1}{z}e^{\frac{1}{z^2}}$ 的奇点类型 (包括 ∞) 并在相应点的邻域内将其展开成洛朗级数.
3. 试确定 $z^4 - 5z + 1 = 0$ 在 $|z| < 1$ 和 $1 < |z| < 2$ 内根的个数.
4. $f(z)$ 在 $|z| > r$ 解析. 存在 $R, N, M \in \mathbb{R}_+$, 当 $|z| > R$ 时, $|f(z)| \leq M|z|^N$. 求证: $f(z)$ 要么是一个次数不超过 N 的多项式, 要么是一个常数.
5. $f(z), g(z)$ 为非常数整函数, 且有 $|f^2(z)| \leq |g(z)|$, 求证: 若 $g(z)$ 无零点, 则 $f(z)$ 也没有零点.
6. 设函数 $f(z)$ 在区域 D 中解析, C 为 D 中一条从 a 到 b 的直线段, 求证: 存在 $\lambda, |\lambda| \leq 1$, 以及 C 上的 ξ , 满足 $f(b) - f(a) = \lambda(b - a)f'(\xi)$.