2020——2021 第一学期《高等代数与解析几何 2-1》期末考试

命题人: 马世光

2021 年 1 月 7 日

一. （15 分） 计算行列式:

$$\begin{vmatrix} n & x_1+x_2+\cdots+x_n & \cdots & x_1^{n-1}+x_2^{n-1}+\cdots+x_n^{n-1} \\ x_1+x_2+\cdots+x_n & x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2 & \cdots & x_1^n+x_2^n+\cdots+x_n^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1}+x_2^{n-1}+\cdots+x_n^{n-1} & x_1^n+x_2^n+\cdots+x_n^n & \cdots & x_1^{2n-2}+x_2^{2n-2}+\cdots+x_n^{2n-2} \end{vmatrix}$$

二. （15 分） A 是一个含参数 t 的四阶矩阵。(具体忘了)

1. 计算 $|A|$。
2. 若 $r(A)=3$, 求 t 的值。

三. （15 分） L_1 与 L_2 是两条平行直线，都是含有参数 t 的两平面相交式方程。(具体忘了)

1. 求 t 的值。
2. 求由 L_1 与 L_2 确定的平面的方程。

四. （15 分） 求过直线外一点 $M(1,2,0)$ 且与直线 L 垂直相交直线方程。(L 给的参数方程，具体忘了)

五. （15 分） 若方程组 $\begin{cases} a_{1,1}x_1+a_{1,2}x_2+\cdots+a_{1,n}x_n+a_{1,n+1}=0 \\ a_{2,1}x_1+a_{2,2}x_2+\cdots+a_{2,n}x_n+a_{2,n+1}=0 \\ \cdots \\ a_{m,1}x_1+a_{m,2}x_2+\cdots+a_{m,n}x_n+a_{m,n+1}=0 \end{cases}$ 的解都是方程:$c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_nx_n+c_{n+1}=0$ 的解，求证 $(c_1,c_2,\cdots,c_{n+1})$ 可以被 $\alpha_i=(a_{i,1},a_{i,2},\cdots,ai,n+1)(1\le i\le m)$ 线性表出。

六. （15 分） 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间中不共面的三个向量，证明对于空间中任何一个向量 $\mathbf{d}$ 都有:

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})\mathbf{d} = (\mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{c})\mathbf{a} + (\mathbf{d}, \mathbf{c}, \mathbf{a})\mathbf{b} + (\mathbf{d}, \mathbf{a}, \mathbf{b})\mathbf{c}.$$

七. （10 分） 设 $A^{m,n} \in \mathbb{F}^{m,n}$,$B^{n,m} \in \mathbb{F}^{n,m}$。若 $2E_m - AB$ 的秩为 $m - n$, 求证：$BA = 2E_n$。

(回忆人: 物化 defector)