

2019—2020 抽象代数期中考试（数学类）

一、（10分）若 a 是群 G 中唯一的二阶元，试问 a 是否是中心元。

二、（10分）写出 \mathbb{Z}_{12} 的所有子群。

三、（10分）若 $H \triangleleft G$ ， $K \triangleleft G$ ， $H \cap K = \{e\}$ ，试问 $hk = kh \quad \forall h \in H, \forall k \in K$ 是否成立。

四、（10分）设 H 是群 G 的非空子集， $\forall a, b \in H$ ， $ab \in H$ ，试问 H 是否是群 G 的子群。

五、（10分）若 G 是循环群， $N \triangleleft G$ ，试问 G/N 是否是循环群。

六、（10分）若 $H \triangleleft G$ ， $|H| = n$ ， $[G:H] = m$ ， $(m, n) = 1$ ，试证 H 是 G 的唯一 n 阶子群。

七、（10分）求有理数加群的同构群。

八、（20分）确定所有互不同构的十阶群的结构。

九、（10分）设 $S = \{\sigma \in S_n \mid \sigma(1) = 1\}$

（1）证明 $S < S_n$ 。

（2）求 S_n 关于 S 的左陪集分解。

（刘雨濠整理）